

《高等数学 2》试题 (A)

开课学院(系): 理学院		适用学期: 2025-2026 (2)		考试时间: 120 分钟		共 (2) 页	
课 程 号: 0310005201		本套试题发放答题卡 1 张, 草纸 1 张。答案写在: 答题卡上					
考试类别: 一级		考试性质: 考试			考试方式: 闭卷		
适用班级:		全校理工科专业					
平时成绩占 20%	卷面总分	一	二	三	四		
卷面成绩占 80%	合计 100 分	15	15	48	22		

一. 选择题 (共 15 分, 每小题 3 分)

1. 空间曲线 $\begin{cases} x = y^2 + z^2 \\ x + 2y - z = 0 \end{cases}$ 在 YOZ 平面上的投影曲线方程为 () .

A. $\begin{cases} x = y^2 + (x + 2y)^2 \\ z = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y^2 + z^2 - 2y + z = 0 \\ x = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = \frac{1}{4}(z - x)^2 + z^2 \\ y = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y^2 + z^2 + 2y - z = 0 \\ x = 0 \end{cases}$

2. 函数 $f(x, y, z) = x^2y + z^2$ 在点 $(2, 1, 0)$ 处沿向量 $\vec{n} = \{1, 2, 2\}$ 的方向导数为 () .

A. 8

B. 6

C. 4

D. 2

3. 已知微分方程 $y'' + ay' + by = ce^x$ 的通解为 $y = (C_1 + C_2x)e^{2x} + e^x$, 则 a, b, c 依次为 () .

A. -4, 4, 1

B. 4, -4, 1

C. 2, -2, 1

D. -2, 2, 0

4. 平面 XOY 上光滑闭曲线 L 所围成闭区域的面积为 () .

A. $\oint_L xdy - ydx$

B. $\frac{1}{2} \oint_L xdy - ydx$

C. $\oint_L ydx - xdy$

D. $\frac{1}{2} \oint_L ydx - xdy$

5. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ 收敛, 则 () .

A. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 均收敛

B. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 中至少有一个收敛

C. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 不一定收敛

D. $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n + b_n|$ 收敛

二. 填空题 (共 15 分, 每小题 3 分)

6. 设 $\vec{a} = \{1, 2, 3\}$, $\vec{b} = \{2, -1, 1\}$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____.

7. 极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} (1 + 2xy)^{\frac{1}{xy}} =$ _____.

8. 函数 $z = (x + e^y)^x$, 则 $\frac{\partial z}{\partial y} \Big|_{(2,0)} =$ _____.

9. 积分 $\int_0^1 dy \int_y^1 \frac{\sin x}{x} dx =$ _____.

10. 设 L 为从原点 $(0,0)$ 到点 $A(0,1)$ 的直线段, 则曲线积分 $\int_L xy dx + (y-x) dy =$ _____.

三. 解答题 (本题 48 分, 每小题 6 分)

11. 设 $z = e^{x^2y}$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

12. 求曲线 $x=t, y=t^2, z=t^3$ 在 $t=1$ 处的切线及法平面方程.

13. 求微分方程 $y' = \frac{y}{x} + x^2$ 的通解.

14. 求微分方程 $y'' + 3y' - 4y = 2$ 的通解.

15. 计算二重积分 $\iint_D e^{x+y} dx dy$, 其中 $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$.

16. 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} z^2 dx dy dz$, 其中 Ω 是由曲面 $z = x^2 + y^2$ 与平面 $z = 2$ 所围成的闭区域.

17. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ 的收敛域与和函数.

18. 将函数 $f(x) = \frac{1}{2-x}$ 展开成 x 的幂级数.

四. 综合题 (本题 22 分)

19. 求二元函数 $f(x, y) = x^3 + 2x^2 + y^2 - 2xy$ 的极值. (本题 7 分)

20. 利用格林公式计算曲线积分 $\oint_L x^2 y dx - xy^2 dy$, 其中 L 是圆周 $x^2 + y^2 = a^2$, L 的方向为顺时针方向. (本题 8 分)

21. 利用高斯公式计算曲面积分 $\oiint_{\Sigma} \frac{x}{r^3} dy dz + \frac{y}{r^3} dz dx + \frac{z}{r^3} dx dy$, 其中 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$,

$\Sigma: x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ 取外侧. (本题 7 分)